

## Exercícios propostos

### Capítulo 5

2.1. Um consumidor possui a função de utilidade do tipo Cobb-Douglas

$$U(x_1, x_2) = x_1^{1/3} x_2^{2/3}.$$

- Utilize o multiplicador de Lagrange para determinar as funções procura deste consumidor.
- Repita a alínea a) utilizando o método de substituição em vez do método de Lagrange.
- Qual é a fracção do rendimento que o consumidor despende no bem 1 (bem 2)?
- Determine o cabaz de bens que maximiza a utilidade do consumidor quando este dispõe de um rendimento de €90, o preço do bem 1 é €1 e o preço do bem 2 é €2.

2.2. Considere um consumidor que possui a seguinte função de utilidade:

$$U(x_1, x_2) = \min\{x_1, 3x_2\}.$$

- Determine as funções procura deste consumidor.
- Determine agora o cabaz de bens óptimo quando o consumidor dispõe de um rendimento de €80 e os preços dos bens 1 e 2 são iguais a €2.
- Analise o efeito do aumento de preço do bem 1 para €6 sobre a escolha óptima. Ilustre graficamente a sua resposta.

2.3. Considere um consumidor que possui a seguinte função de utilidade:

$$U(x_1, x_2) = x_1 + 3x_2.$$

- Determine as funções procura deste consumidor.
- Determine agora o cabaz de bens óptimo quando o consumidor dispõe de um rendimento de €100, o preço do bem 1 é igual a €2 e o preço do bem 2 é igual a €4.
- Analise o efeito do aumento de preço do bem 1 para €3 sobre a escolha óptima. Ilustre graficamente a sua resposta.

2.4. Considere a seguinte função de utilidade:

$$U(x_1, x_2) = 4\sqrt{x_1} + x_2.$$

- Determine as funções procura deste consumidor.
- Determine agora o cabaz óptimo do consumidor quando o rendimento é €24, o preço de bem 1 é €1 e o preço de bem 2 é €2.
- Considere um aumento do rendimento para €34. Como é afectado o cabaz óptimo do consumidor?

- d) Considere uma diminuição do rendimento do consumidor para €9. Como é afectado o cabaz óptimo do consumidor?

2.5. Quando um consumidor obtém satisfação máxima do consumo de dois bens num óptimo interior, o valor absoluto da taxa marginal de substituição (*TMS*) entre estes dois bens deve ser igual ao rácio entre os respectivos preços. Explique porquê.

2.6. Suponha que um consumidor tem a função de utilidade:

$$U(x_1, x_2) = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2.$$

Determine o cabaz de bens  $(x_1, x_2)$  que maximiza a utilidade do consumidor admitindo que dispõe de um rendimento  $m$  e que os preços dos bens 1 e 2 são  $p_1$  e  $p_2$ , respectivamente.

2.7. Comente a seguinte afirmação: “Os consumidores provavelmente estariam em piores condições se o Governo começasse a racionar um produto que eles consomem”.

2.8. A função de utilidade da Ana é dada por  $U(x_1, x_2) = \max\{4x_1, x_2\}$ .

- Desenhe algumas curvas de indiferença da Ana.
- Se o preço do bem 1 for €1, o preço do bem 2 for  $p_2$  e o rendimento da Ana for  $m$ , qual é a quantidade do bem 2 procurada pela Ana?

2.9. A função de utilidade do David é  $U(x_1, x_2) = \min\{2x_1 + 5x_2, 3x_1 + 2x_2\}$ , onde  $x_1$  é o número de colheres de sal e  $x_2$  é o número de colheres de açúcar consumidas pelo David. Admita que o David consome actualmente 12 colheres de sal e 40 de açúcar e esta é uma escolha óptima.

- Desenhe a curva de indiferença do David que passa sobre o seu actual cabaz de consumo.
- Se o preço de uma colher de açúcar é 10 cêntimos, qual é o preço de uma colher de sal e qual é o rendimento do David?

## Capítulo 6

2.10. A função de utilidade da Eunice é do tipo Cobb-Douglas:  $U(x_1, x_2) = x_1^{1/3} x_2^{2/3}$ .

- Obtenha as curvas da procura dos bens e as curvas preço-consumo quando varia o preço do bem 1 e quando varia o preço do bem 2.
- Obtenha a curva rendimento-consumo e as curvas de Engel dos dois bens.
- Classifique os bens. São bens normais ou inferiores? São bens vulgares ou de Giffen? Fundamente a sua resposta.

2.11. Considere a função de utilidade do Francisco:  $U(x_1, x_2) = \sqrt{2x_1 + x_2}$ .

- Obtenha as curvas da procura dos bens e as curvas preço-consumo quando varia o preço do bem 1 e quando varia o preço do bem 2.
- Obtenha a curva rendimento-consumo e as curvas de Engel dos dois bens.
- Classifique os bens. São bens normais ou inferiores? São bens vulgares ou de Giffen? São bens complementares perfeitos? Substitutos perfeitos? Fundamente

a sua resposta.

## Capítulo 7

2.12. Um consumidor compara os cabazes  $x$  e  $y$  aos preços  $p$  e  $q$ , respectivamente. Em cada uma das seguintes alíneas, será que as escolhas do consumidor satisfazem o Axioma Fraco da Preferência Revelada? Justifique.

- a)  $p = (1,3)$ ,  $x = (4,2)$ ,  $q = (3,5)$ ,  $y = (3,1)$ ;
- b)  $p = (1,6)$ ,  $x = (10,5)$ ,  $q = (3,5)$ ,  $y = (8,4)$ ;
- c)  $p = (2,2)$ ,  $x = (1,2)$ ,  $q = (1,2)$ ,  $y = (3,1)$ ;
- d)  $p = (2,3)$ ,  $x = (1,5)$ ,  $q = (3,1)$ ,  $y = (3,3)$ .

## Capítulo 8

2.13. A Gabriela consome dois bens, cujas quantidades são representadas por  $x_1$  e  $x_2$  e com preços €3 e €1, respectivamente. O rendimento actual da Gabriela é €419. Sabendo que a função procura do bem 1 pela Gabriela é dada por  $x_1(p_1, m) = 0.05m - 5.15p_1$ , qual é o efeito substituição (de Slutsky) e o efeito rendimento na procura do bem 1 associados a um aumento do preço do bem 1 para €4?

2.14. Admita que, na perspectiva da Raquel, os bens 1 e 2 são substitutos perfeitos e são tais que uma unidade do bem 1 proporciona a mesma utilidade do que uma unidade do bem 2. Assuma ainda que o preço actual de uma unidade do bem 1 é 5, o preço actual de uma unidade do bem 2 é 6 e que o rendimento da Raquel é 60. Quantifique os efeitos substituição (de Slutsky) e rendimento associados a um aumento do preço do bem 1 para 10.

2.15. Desenhe dois diagramas diferentes, ilustrando os efeitos de substituição (de Slutsky) e de rendimento associado a um aumento de preço do bem 1 (representado no eixo das abcissas) no caso do bem 1 ser um bem normal e no caso do bem 1 ser um bem inferior.

2.16. Um bem de Giffen é obrigatoriamente um bem inferior, mas há bens inferiores que não são bens de Giffen. Explique.

## Soluções dos exercícios propostos

2.1. a) e b)  $x_1(p_1, p_2, m) = m/3p_1$  e  $x_2(p_1, p_2, m) = 2m/3p_2$ .

c) Fracção do rendimento gasta no bem 1:  $p_1 x_1/m = 1/3$ ; fracção do rendimento gasta no bem 2:  $p_2 x_2/m = 2/3$ .

d)  $x_1(1, 2, 90) = 90/3*1 = 30$  e  $x_2(1, 2, 90) = 2m/3p_2 = 2*90/3*2=30$ .

2.2. a)  $x_1(p_1, p_2, m) = 3m/(3p_1 + p_2)$  e  $x_2(p_1, p_2, m) = m/(3p_1 + p_2)$ .

b)  $x_1(2, 2, 80) = 30$  e  $x_2(2, 2, 80) = 10$ .

c)  $x_1(6, 2, 80) = 12$  e  $x_2(6, 2, 80) = 4$ .

2.3. a)

$$x(p_1, p_2, m) = \begin{cases} \left(\frac{m}{p_1}, 0\right) & \text{se } p_2 > 3p_1 \\ \left(k, \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}k\right), k \in \left[0, \frac{m}{p_1}\right] & \text{se } p_2 = 3p_1 \\ \left(0, \frac{m}{p_2}\right) & \text{se } p_2 < 3p_1 \end{cases}$$

2.3 b)  $x_1(2, 4, 100) = 0$  e  $x_2(2, 4, 100) = 100/4=25$ .

2.3 c) O cabaz óptimo é o determinado em b), já que o consumidor continuará a gastar todo o seu rendimento no bem 2.

2.4. a)  $x_1(p_1, p_2, m) = 4p_2^2/p_1^2$  e  $x_2(p_1, p_2, m) = m/p_2 - 4p_2/p_1$ .

2.4 b)  $x_1(1, 2, 24) = 16$  e  $x_2(1, 2, 24) = 4$ .

2.4 c)  $x_1(1, 2, 34) = 16$  e  $x_2(1, 2, 34) = 9$ .

2.4 d)  $x_1(1, 2, 9) = 9$  e  $x_2(1, 2, 9) = 0$ .

2.6. Os bens 1 e 2 são substitutos perfeitos uma vez que  $U(x_1, x_2) = (x_1 + x_2)^2$ . Temos:

$$x(p_1, p_2, m) = \begin{cases} \left(\frac{m}{p_1}, 0\right) & \text{se } p_2 > p_1 \\ \left(k, \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}k\right), k \in \left[0, \frac{m}{p_1}\right] & \text{se } p_2 = p_1 \\ \left(0, \frac{m}{p_2}\right) & \text{se } p_2 < p_1 \end{cases}$$

2.8. b)  $x_2(p_1, p_2, m) = \begin{cases} 0 & \text{se } 4p_2 \geq p_1 \\ \frac{m}{p_2} & \text{se } 4p_2 \leq p_1 \end{cases}$ . Logo,  $x_2(1, p_2, m) = \begin{cases} 0 & \text{se } p_2 \geq 0,25 \\ \frac{m}{p_2} & \text{se } p_2 \leq 0,25 \end{cases}$

2.9.b) Uma vez que, com  $x_1 = 12$  e  $x_2 = 40$ , temos  $U(x_1, x_2) = \min\{2x_1 + 5x_2, 3x_1 + 2x_2\} = \min\{224, 116\} = 116$ . Logo, o cabaz pertence à curva de indiferença de utilidade 116, na porção que tem forma funcional  $x_2 = 58 - 1.5x_1$ . Uma vez que se trata do óptimo, a recta orçamental tem que ter declive -1.5, isto é,  $-p_1/p_2 = -1.5 \Leftrightarrow p_1 = 1.5p_2$ .

Por outro lado, o óptimo está sobre a recta orçamental, isto é:  $x_1p_1 + x_2p_2 = m \Leftrightarrow 12*1.5p_2 + 40p_2 = m$

$58p_2 = m \Leftrightarrow m = 58p_2$  cêntimos.

2.10.

a) A curva preço-consumo quando varia o preço do bem 1 é uma linha recta horizontal que passa em  $(0, 2m/(3p_2))$  e a curva preço-consumo quando varia o preço do bem 2 é uma recta vertical que passa em  $(m/(3p_1), 0)$ . A procura do bem 1 é  $x_1 = m/(3p_1)$  e a do bem 2 é  $x_2 = 2m/(3p_2)$ .

b) A curva de rendimento-consumo é uma linha recta que passa pela origem com declive

$2p_1/p_2$ . A curva de Engel do bem 1 é uma recta com declive  $3p_1$  e a curva de Engel do bem 2 é uma recta com declive  $(3/2)p_2$ .

c) Normais (curva de Engel positivamente inclinada) e vulgares (ou ordinários) (curva da procura negativamente inclinada).

2.11. a) A curva de procura do bem 1 é dada por:

$$x_1(p_1, p_2, m) = \begin{cases} \frac{m}{p_1} & \text{se } p_1 < 2p_2 \\ k, k \in \left[0, \frac{m}{p_1}\right] & \text{se } p_1 = 2p_2 \\ 0 & \text{se } p_1 > 2p_2 \end{cases}$$

A curva preço-consumo quando varia o preço do bem 1 tem a expressão:

$$x_2 = \begin{cases} \frac{m}{p_2} - 2x_1 & \text{se } x_1 < m/2p_2 \\ 0 & \text{se } x_1 \geq m/2p_2 \end{cases}$$

(Note-se que, para  $p_1 < 2p_2$ , todo o orçamento é gasto no bem 1, logo a curva preço-consumo quando varia o preço do bem 1 coincide com o eixo das abcissas, isto é,  $x_2 = 0$ ; se  $p_1 = 2p_2$ , a curva preço-consumo quando varia o preço do bem 1 coincide com uma curva de indiferença, sendo representável pela recta  $x_2 = m/p_2 - 2x_1$ ; e se  $p_1 > 2p_2$ , o consumo do bem 1 é nulo, logo a curva resume-se a um único ponto  $(0, m/p_2)$ ).

A curva preço-consumo quando varia o preço do bem 2 tem a expressão:

$$x_1 = \begin{cases} \frac{m}{p_1} - x_2 & \text{se } x_2 < 2m/p_1 \\ 0 & \text{se } x_2 \geq 2m/p_1 \end{cases}$$

2.11. b) Se  $p_1 < 2p_2$ , o consumidor só consome  $x_1$ . Neste caso, a curva rendimento-consumo coincide com o eixo das abcissas, a curva de Engel do bem 1 é uma recta com declive  $p_1$  e a curva de Engel do bem 2 coincide com o eixo das ordenadas. Se  $p_1 > 2p_2$ , o consumidor só consome  $x_2$ . Neste caso, a curva rendimento-consumo coincide com o eixo das ordenadas, a curva de Engel do bem 1 coincide com o eixo das ordenadas e a curva de Engel do bem 2 é uma recta com declive  $p_2$ .

2.11. c) São bens normais, vulgares (ou ordinários) e substitutos perfeitos.

2.12. a) Uma vez que  $p.x = 10$  e  $p.y = 6$ ,  $x$  é revelado preferido a  $y$ ; como  $q.y = 14$ , mas  $q.x = 22 > 14$ ,  $y$  não é revelado preferido a  $x$ ; logo, o Axioma Fraco da Preferência Revelada não é violado.

2.12. b) Uma vez que  $p.x = 40$  e  $p.y = 32$ ,  $x$  é revelado preferido a  $y$ ; como  $q.y = 44$ , mas  $q.x = 55 > 44$ ,  $y$  não é revelado preferido a  $x$ ; logo, o Axioma Fraco da Preferência Revelada não é violado.

2.12. c) Uma vez que  $p.x = 6$  e  $p.y = 8$ ,  $x$  não é revelado preferido a  $y$ ; como  $q.y = 5$  e  $q.x = 5$ ,  $y$  é revelado preferido a  $x$ ; o Axioma Fraco da Preferência Revelada não é violado.

2.12. d) Uma vez que  $p.x = 17$  e  $p.y = 15$ ,  $x$  é revelado preferido a  $y$ ; como  $q.y = 12$  e  $q.x = 8$ ,  $y$  é revelado preferido a  $x$ ; logo, o Axioma Fraco da Preferência Revelada é violado.

2.13. Efeito substituição = -4.88; efeito rendimento = -0.28.

2.14. Efeito substituição = -12; efeito rendimento = 0.

2.16. Um bem de Giffen é um bem inferior com um efeito de rendimento muito forte, que mais do que compensa o efeito de substituição. Se assim não for, o bem inferior é um bem vulgar (ou ordinário).

## Exercícios resolvidos

**R2.1. Seja  $U(x_1, x_2) = \min\{x_1, 2x_2\}$  a função de utilidade da Maria.**

**a) Determine as funções procura da Maria.**

**Resolução:**

O problema de maximização de utilidade é o seguinte:

$$\text{Max } U(x_1, x_2) = \min\{x_1, 2x_2\},$$

$$\text{s.a } p_1x_1 + p_2x_2 \leq m, x_1 \geq 0 \text{ e } x_2 \geq 0.$$

Uma vez que as preferências satisfazem uma forma de monotonicidade, o óptimo está sobre a recta orçamental, isto é, o consumidor gastará todo o seu rendimento:  $p_1x_1 + p_2x_2 = m$ .

Por outro lado, uma vez que estamos perante bens complementares perfeitos, temos a garantia de que as soluções são interiores e podemos ignorar as restrições de não-negatividade  $x_1 \geq 0$  e  $x_2 \geq 0$ .

Então, o problema vem:

$$\text{Max } U(x_1, x_2) = \min\{x_1, 2x_2\},$$

$$\text{s.a } p_1x_1 + p_2x_2 = m,$$

No óptimo, teremos necessariamente  $x_1 = 2x_2$ . De facto, para  $x_1 > 2x_2$ , vem  $U(x_1, x_2) = \min\{x_1, 2x_2\} = 2x_2 < x_1$ . Uma vez que  $p_1 > 0$ , isto significa que o valor gasto em  $x_1 - 2x_2$ , que é igual a  $p_1(x_1 - 2x_2)$ , não traz qualquer utilidade adicional. Parte deste valor deveria ser gasto em  $x_2$ , de forma a aumentar a utilidade da Maria. Da mesma forma, ao escolher  $x_1 < 2x_2$ , temos  $U(x_1, x_2) = \min\{x_1, 2x_2\} = x_1 < 2x_2$ . Uma vez que  $p_2 > 0$ , isto significa que o valor  $p_2(2x_2 - x_1)$ , gasto em  $2x_2 - x_1$ , não traz qualquer utilidade adicional. Parte deste valor deveria ser usado para comprar o bem 1. Conclui-se que só escolhendo um cabaz que satisfaça  $x_1 = 2x_2$  é podemos esperar que a totalidade do rendimento é bem gasta.

Por outro lado, no óptimo a restrição  $p_1x_1 + p_2x_2 = m$  tem que se verificar. Logo, resolvendo o sistema de duas equações formado por  $p_1x_1 + p_2x_2 = m$  e por  $x_1 = 2x_2$ , temos:

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m \Leftrightarrow p_12x_2 + p_2x_2 = m \Leftrightarrow x_2(p_1, p_2, m) = m / (2p_1 + p_2).$$

E:

$$x_1(p_1, p_2, m) = 2m / (2p_1 + p_2).$$

**b) Determine a utilidade máxima que a Maria consegue obter para cada nível de preços e rendimento.**

**Resolução:**

Substituindo as funções de procura obtidas na alínea anterior na função utilidade, obtemos a utilidade máxima como função dos preços e rendimento (aqui representada pela função  $V$ ):

$$V(p_1, p_2, m) = \min\left\{\frac{2m}{2p_1 + p_2}, \frac{2m}{2p_1 + p_2}\right\} = \frac{2m}{2p_1 + p_2}.$$

**R2.2. A Joana consome apenas anchovas e bacon. A função de utilidade da Joana é:**

$$U(x_a, x_b) = 2x_a^2 + x_b^2,$$

onde  $x_a$  mede a quantidade de latas de anchovas e  $x_b$  mede a quantidade de embalagens de bacon. Considere que a Joana enfrenta preços das anchovas e de bacon iguais a €1 e €2, respectivamente, e que o rendimento da Joana é igual a €40.

a) **Determine as funções procura da Joana.**

**Resolução:**

Ao gastar todo o rendimento em anchovas, a utilidade da Joana é:

$$U\left(\frac{m}{p_a}, 0\right) = 2\left(\frac{m}{p_a}\right)^2. \text{ Já ao gastar todo o rendimento em bacon, a utilidade da Joana é:}$$

$$U\left(0, \frac{m}{p_b}\right) = \left(\frac{m}{p_b}\right)^2. \text{ Uma vez que } U\left(\frac{m}{p_a}, 0\right) = 2\left(\frac{m}{p_a}\right)^2 > U\left(0, \frac{m}{p_b}\right) = \left(\frac{m}{p_b}\right)^2 \text{ se e só se } p_b > \frac{p_a}{\sqrt{2}}, \text{ temos o seguinte:}$$

- a Joana gastará todo o seu rendimento em anchovas se o bacon for demasiado caro, isto é, se  $p_b > \frac{p_a}{\sqrt{2}}$ ,
- a Joana gastará todo o seu rendimento em bacon se o bacon for relativamente barato, isto é, se  $p_b < \frac{p_a}{\sqrt{2}}$ ,
- e a Joana gastará todo o seu rendimento em anchovas e bacon se  $p_b = \frac{p_a}{\sqrt{2}}$ .

Assim, temos:

$$x(p_a, p_b, m) = \begin{cases} \frac{m}{p_a} & \text{se } p_b > \frac{p_a}{\sqrt{2}} \\ n\left(k, \frac{m}{p_b} - \frac{p_a}{p_b}k\right), k \in \left[0, \frac{m}{p_a}\right] & \text{se } p_b = \frac{p_a}{\sqrt{2}} \\ 0 & \text{se } p_b < \frac{p_a}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

b) **Qual é o cabaz óptimo que a Joana pode adquirir? Qual é a utilidade que corresponde ao este cabaz óptimo?**

**Resolução:**

Uma vez que  $p_a = 1$  e  $p_b = 2$ , temos  $2 > \frac{1}{\sqrt{2}}$ . Ou seja, verifica-se  $p_b > \frac{p_a}{\sqrt{2}}$ , razão pela qual  $x_a = \frac{40}{1} = 40$  e  $x_b = 0$ .

- c) **Examine o efeito sobre a situação da escolha óptima para a Joana resultante de aumento de preço de anchovas para €2. Ilustre graficamente a sua resposta.**

**Resolução:**

O cabaz óptimo da Joana é (20,0), já que continuamos a ter  $p_b > \frac{p_a}{\sqrt{2}}$ , com utilidade máxima  $U(20,0) = 800$ .

**R2.3. Seja  $U(x_1, x_2) = x_1\sqrt{x_2}$  a função de utilidade da Gabriela.**

- a) **Determine as funções procura da Gabriela.**

**Resolução:**

O problema de maximização de utilidade é o seguinte:

$$\begin{aligned} \text{Max } U(x_1, x_2) &= x_1\sqrt{x_2} \\ \text{s.a } p_1x_1 + p_2x_2 &\leq m, x_1 \geq 0 \text{ e } x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

Uma vez que as preferências satisfazem a propriedade da monotonicidade, o consumidor gastará todo o seu rendimento, isto é, o óptimo está sobre a recta orçamental:

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m.$$

Uma vez que se trata de preferências Cobb-Douglas, temos a garantia de que as soluções são interiores, pelo que podemos ignorar as restrições de não-negatividade.

Por fim, podemos logaritmicar a função objectivo (o que corresponde a aplicar uma transformação crescente), para facilitar a resolução do problema.

O problema vem:

$$\begin{aligned} \text{Max } U(x_1, x_2) &= \ln(x_1) + \ln(x_2)/2 \\ \text{s.a } p_1x_1 + p_2x_2 &= m. \end{aligned}$$

O que é equivalente a resolver:

$$\text{Max } L(x_1, x_2, l) = \ln(x_1) + \ln(x_2)/2 - l(p_1x_1 + p_2x_2 - m),$$

onde  $l$  é o multiplicador de Lagrange.

As condições de primeira ordem são:

$$1. \frac{\partial L}{\partial x_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x_1} - lp_1 = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x_1 p_1} = l$$



$$2. \frac{\partial L}{\partial x_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2x_2} - lp_2 = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2x_2 p_2} = l$$

$$3. \frac{\partial L}{\partial l} = 0 \Leftrightarrow p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$$

Igualando 1. e 2., obtém-se:  $\frac{1}{x_1 p_1} = \frac{1}{2x_2 p_2} \Leftrightarrow x_1 = \frac{2p_2}{p_1} x_2$ . Substituindo em 3.:

$$p_1 \frac{2p_2}{p_1} x_2 + p_2 x_2 = m \Leftrightarrow x_2(p_1, p_2, m) = \frac{m}{3p_2}$$

Logo,  $x_1 = \frac{2p_2}{p_1} \frac{m}{3p_2} \Leftrightarrow x_1(p_1, p_2, m) = \frac{2m}{3p_1}$ .

Estas são as funções procura dos bens 1 e 2.

- b) **Determine o cabaz óptimo da Gabriela quando o seu rendimento é €24, o preço de bem 1 é €4 e o preço de bem 2 é €2. Calcule o valor máximo da utilidade da Gabriela para estes valores do rendimento e dos preços.**

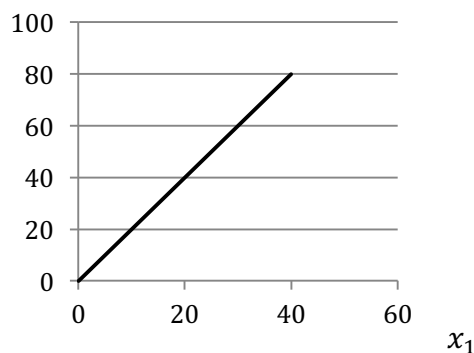
**Resolução:**

Temos  $x_1(4, 2, 24) = \frac{2 \cdot 24}{3 \cdot 4} = 4$  e  $x_2(4, 2, 24) = \frac{24}{3 \cdot 2} = 4$ . A utilidade máxima é, então:  $U(4, 4) = 4\sqrt{4} = 8$ .

- c) **Considere  $p_1 = 2$  e desenhe a curva de Engel do bem 1. Será o bem 1 um bem normal ou inferior? Justifique.**

**Resolução:**

Com  $p_1 = 2$ , temos  $x_1(2, p_2, m) = \frac{m}{3}$ . Assim, a curva de Engel é dada pela equação  $m = 3x_1$  e representada no seguinte diagrama.

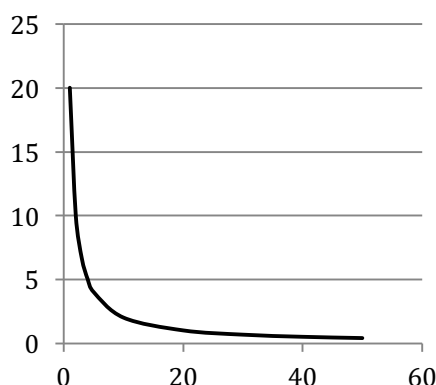


Uma vez que a curva de Engel é positivamente inclinada, o bem 1 é um bem normal.

- d) **Considere agora  $m = 30$  e desenhe a curva de procura do bem 1. Será 1 um bem vulgar ou de Giffen para a Gabriela? Justifique.**

**Resolução:**

Com  $m = 30$ , temos  $x_1(p_1, p_2, 30) = \frac{20}{p_2}$ . A curva de procura do bem 1 está representada no seguinte diagrama.



O bem 1 é vulgar já que a curva de procura é negativamente inclinada.

- e) Admita que  $p_1 = 2$  e  $m = 30$ . Calcule o efeito de substituição (de Slutsky) e o efeito rendimento associados a uma redução do preço do bem 1 para  $p'_1 = 1$ .

**Resolução:**

Com  $p_1 = 2$  e  $m = 30$ , temos  $x_1(2, p_2, 30) = 10$ . Já com  $p'_1 = 1$  e  $m = 30$ , temos  $x_1(1, p_2, 30) = 20$ . Assim, o efeito total (substituição e rendimento) associado à variação do preço do bem 1 é um aumento da procura do bem 1 de 10 unidades.

A alteração do rendimento necessária para garantir que o cabaz inicial esgota o rendimento ao preço final é dada por:

$$\Delta m = x_1 \Delta p_1 = 10 \times (-1) = -10.$$

Assim,  $m' = 20$  e o efeito de substituição vem:

$$\begin{aligned} \Delta x_1^S &= x_1(p'_1, p_2, m') - x_1(p_1, p_2, m) = \\ &= x_1(1, p_2, 20) - x_1(2, p_2, 30) = \frac{40}{3} - 10 = \frac{10}{3}. \end{aligned}$$

O efeito rendimento vem:

$$\begin{aligned} \Delta x_1^R &= x_1(p'_1, p_2, m) - x_1(p'_1, p_2, m') = \\ &= x_1(1, p_2, 30) - x_1(1, p_2, 20) = 20 - \frac{40}{3} = \frac{20}{3}. \end{aligned}$$

**R2.4.** O Hugo tem a seguinte função utilidade  $U(x_1, x_2) = \sqrt{5x_1 + x_2}$ .

- a) Determine as funções procura do Hugo.

**Resolução:**

O problema de maximização de utilidade é o seguinte:

$$\text{Max } U(x_1, x_2) = \sqrt{5x_1 + x_2}$$

$$\text{s.a } p_1x_1 + p_2x_2 \leq m, x_1 \geq 0 \text{ e } x_2 \geq 0.$$

Uma vez que as preferências satisfazem a propriedade da monotonicidade, o consumidor gastará todo o seu rendimento, isto é, o óptimo está sobre a recta orçamental:

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m.$$

Note-se que a função utilidade revela que o Hugo considera os dois bens substitutos perfeitos. Para que este facto seja evidente, basta pensar que a função utilidade  $U'(x_1, x_2) = 5x_1 + x_2$  que é uma transformação crescente da função utilidade original, representa as mesmas preferências. Neste caso, as soluções são, regra geral, soluções de canto, ou seja, envolvem gastar todo o rendimento na compra de um só bem, 1 ou 2.

Assim, podemos escrever este problema de maximização da seguinte forma:

$$\text{Max } U'(x_1, x_2) = 5x_1 + x_2$$

$$\text{s.a } p_1x_1 + p_2x_2 = m, x_1 \geq 0 \text{ e } x_2 \geq 0.$$

Se o Hugo gastar todo o seu rendimento no bem 1, a utilidade que retira do consumo é:

$$U\left(\frac{m}{p_1}, 0\right) = \sqrt{\frac{5m}{p_1}}.$$

Já no caso de gastar todo o seu rendimento no bem 2, a utilidade do

$$\text{Hugo é: } U\left(0, \frac{m}{p_2}\right) = \sqrt{\frac{m}{p_2}}.$$

Resolvendo  $U\left(\frac{m}{p_1}, 0\right) \geq U\left(0, \frac{m}{p_2}\right)$ , vemos que é óptimo para o

Hugo gastar todo o seu rendimento em  $x_1$  se e só se  $\sqrt{\frac{5m}{p_1}} \geq \sqrt{\frac{m}{p_2}}$ , isto é,  $p_2 \geq \frac{p_1}{5}$ . Assim,

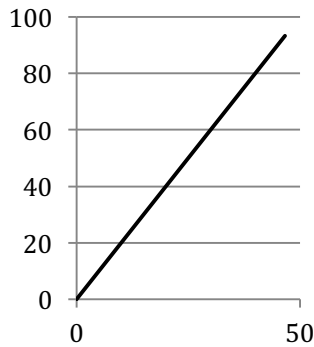
as funções procura dos bens 1 e 2 são dadas por:

$$x(p_1, p_2, m) = \begin{cases} \left(\frac{m}{p_1}, 0\right) & \text{se } p_2 > \frac{p_1}{5} \\ \left(k, \frac{m}{p_2} - \frac{p_2}{p_2}k\right), k \in \left[0, \frac{m}{p_1}\right] & \text{se } p_2 = \frac{p_1}{5} \\ \left(0, \frac{m}{p_2}\right) & \text{se } p_2 < \frac{p_1}{5} \end{cases}$$

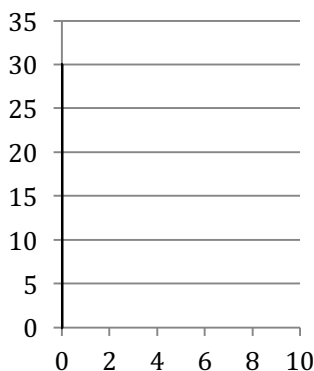
**b) Considere  $p_1 = p_2 = 2$  e desenhe a curva de Engel dos bens 1 e 2. Será o bem 1 um bem normal ou inferior? E quanto ao bem 2? Justifique.**

**Resolução:**

Com  $p_1 = p_2 = 2$ , temos  $x_1(2, 2, m) = \frac{m}{2}$ . Assim, a curva de Engel é dada pela equação  $m = 2x_1$  e representada no seguinte diagrama.



Uma vez que a curva de Engel é positivamente inclinada, o bem 1 é um bem normal. Já o bem 2 tem uma procura  $x_2(2, 2, m) = 0$ . Assim, a curva de Engel é:



E o bem 2 é um bem normal.

c) Considere agora  $p_2 = 2$  e  $m = 10$  e determine a curva de procura do bem 1.

Resolução:

Com  $m = 10$ , temos:

$$x_1(p_1, 2, 10) = \begin{cases} \frac{10}{p_1} & \text{se } p_1 < 10 \\ k, k \in \left[0, \frac{10}{p_1}\right] & \text{se } p_1 = 10 \\ 0 & \text{se } p_1 > 10 \end{cases}$$

d) Admita que  $p_1 = p_2 = 2$  e  $m = 10$ . Calcule o efeito de substituição (de Slutsky) e o efeito rendimento associados a uma redução do preço do bem 1 para  $p'_1 = 1$ .

Resolução:

Com  $p_1 = p_2 = 2$  e  $m = 10$ , temos  $x_1(2, 2, 10) = 5$ . A redução do preço do bem 1 para  $p'_1 = 1$  traduz-se num aumento da procura de 1 para  $x_1(1, 2, 10) = 10$ . Assim, o efeito total (substituição e rendimento) associado à variação do preço do bem 1 é um aumento da procura de 1 de 5 unidades.

A alteração do rendimento necessária para garantir que o cabaz inicial esgota o rendimento ao preço final é dada por:

$$\Delta m = x_1 \Delta p_1 = 5 \times (-1) = -5.$$

Assim,  $m' = 5$  e o efeito de substituição vem:

$$\begin{aligned} \Delta x_1^s &= x_1(p'_1, p_2, m') - x_1(p_1, p_2, m) = \\ &= x_1(1, 2, 5) - x_1(2, 2, 10) = 5 - 5 = 0. \end{aligned}$$

O efeito rendimento vem:

$$\begin{aligned} \Delta x_1^r &= x_1(p'_1, p_2, m) - x_1(p'_1, p_2, m') = \\ &= x_1(1, 2, 10) - x_1(1, 2, 5) = 10 - 5 = 5. \end{aligned}$$